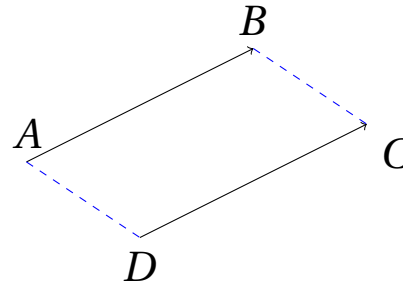


Les vecteurs - Classe de 2nde

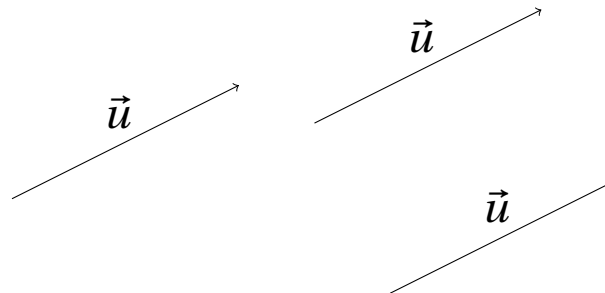
I - Définitions

Définitions :

On dit qu'un point C est l'image d'un point D par **la translation** qui transforme A en B si le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. Dans ce cas, on dit que C est l'image de D par la translation de **vecteur** \overrightarrow{AB} .



Remarque : Un vecteur est déterminé par sa longueur, sa direction et son sens. On peut donc le représenter à différents endroits du plan.

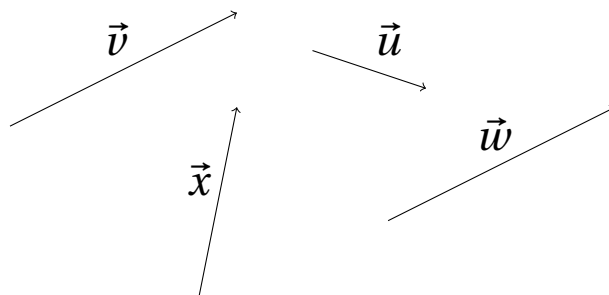


Définitions :

Deux vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} sont dits **égaux** si et seulement si le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. On note alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Si $A = B$, le vecteur \overrightarrow{AB} est appelé **vecteur nul** et est noté $\vec{0}$.

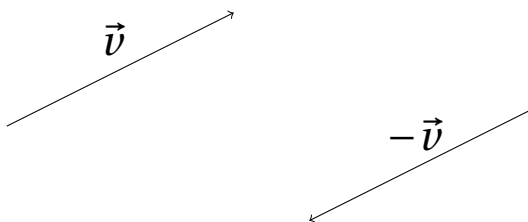
Exemple : Sur la figure ci-dessous, on a $\vec{v} = \vec{w}$, en revanche, les vecteurs \vec{u} et \vec{x} ne sont pas égaux à \vec{v} . Les vecteurs \vec{v} et \vec{w} sont de même longueur, de même direction et de même sens.



Définitions :

Soient A et B deux points du plan, le vecteur \overrightarrow{BA} est appelé **vecteur opposé** au vecteur \overrightarrow{AB} . On note $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

Exemple : Les deux vecteurs ci-dessous sont des vecteurs opposés, ils ont la même longueur et la même direction mais sont de sens opposé.

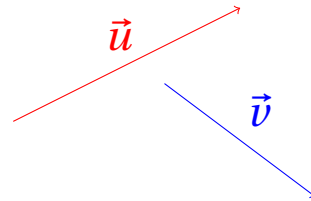


II - Somme de deux vecteurs

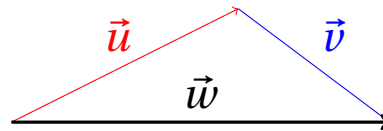
Propriété : Relation de Chasles

Soient A , B et C trois points du plan, on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Exemple : Pour effectuer la somme des deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} ci-dessous, l'extrémité du vecteur \vec{u} doit coïncider avec l'origine du vecteur \vec{v} .



On obtient alors le vecteur \vec{w} tel que $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$:



Propriétés :

Quels que soient les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} du plan :

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$
- $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$

III - Produit d'un vecteur par un nombre réel

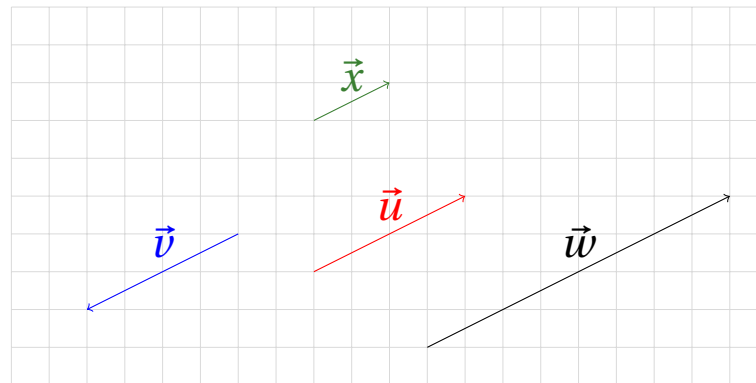
Définitions :

Soient A , B et C trois points du plan et k un nombre réel.

Le vecteur $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ est défini par :

- si $k = 0$, $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$
- si $k > 0$, $AC = k \times AB$, \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AB} sont de même direction et de même sens
- si $k < 0$, $AC = k \times AB$, \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AB} sont de même direction et de sens opposé.

Exemples : Sur la figure ci-dessous, on a : $\vec{v} = -\vec{u}$; $\vec{w} = 2\vec{u}$ et $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{u}$



Propriétés :

Quels que soient les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et les nombres réels k et l , on a :

- $k\vec{u} + k\vec{v} = k(\vec{u} + \vec{v})$
- $k\vec{u} + l\vec{u} = (k + l)\vec{u}$
- $k(l\vec{u}) = (kl)\vec{u}$
- $k\vec{u} = \vec{0} \iff k = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}$

IV - Colinéarité

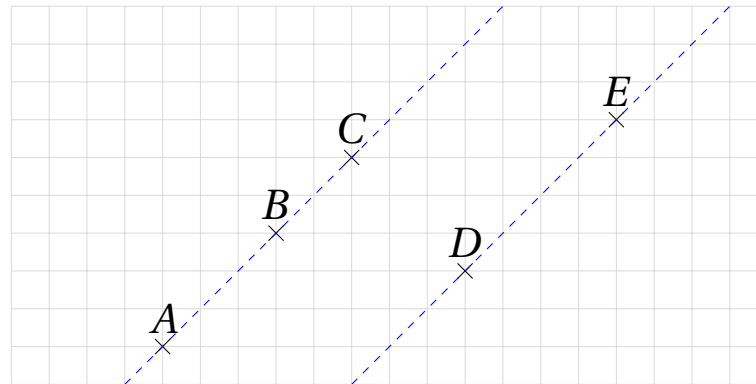
Définition :

On dit que deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont **colinéaires** s'il existe un nombre réel k non nul tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.
C'est à dire que \vec{u} et \vec{v} ont la même direction.

Propriétés :

- trois points A , B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires
- deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

Exemples : Sur la figure ci-dessous, les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{DE} sont colinéaires donc les points A , B et C sont alignés et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.



Propriétés :

Soient A, B, A' et B' quatre points du plan.

- Si une symétrie centrale transforme A en A' et B en B' , alors $\overrightarrow{A'B'} = -\overrightarrow{AB}$.
- Si une homothétie de rapport λ transforme A en A' et B en B' , alors $\overrightarrow{A'B'} = \lambda \overrightarrow{AB}$.

Exemples : Sur la figure ci-dessous :

- les points A' et B' sont les images respectives des points A et B par l'homothétie de centre C et de rapport 2.
- les points A'' et B'' sont les images respectives des points A et B par l'homothétie de centre C et de rapport -1, c'est-à-dire par la symétrie centrale de centre C .

