

Intervalles de confiance - Classe de TES

Dans un chapitre précédent, l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % nous permettait d'évaluer avec une prise de risques limitée si un échantillon était "conforme" par rapport à une fréquence théorique connue.

Inversement, dans ce chapitre, nous allons évaluer la valeur théorique de la fréquence d'apparition d'un caractère dans une population à partir d'un échantillon.

Propriété : Considérons un échantillon de taille n et f la fréquence observée dans cet échantillon d'apparition d'un caractère donné et p la proportion de ce caractère dans la population.

Si $n \geq 30$, $nf \geq 5$ et $n(1 - f) \geq 5$ alors l'intervalle $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ est **un intervalle de confiance de p au niveau de confiance de 95 %**.

Remarques :

- La proportion p se trouvera dans 95 % des cas à l'intérieur de cet intervalle de confiance.
- Il n'est, en revanche, pas possible de savoir dans quelle partie de l'intervalle se trouve la proportion p .

Exemple : Une banque s'interroge sur la pertinence d'un nouveau produit financier qui serait rentable s'il intéressait au moins 20 % de ses clients.

Un sondage portant sur 732 clients révèle que parmi eux 161 serait intéressés par ce produit.

La fréquence observée de clients intéressés est $f \approx 0,22$ et la taille de l'échantillon est $n = 732$.

$nf = 732 \times 0,22 \approx 161$ et $n(1 - f) = 732 \times 0,78 \approx 571$, les conditions pour déterminer un intervalle de confiance sont donc réunies.

L'intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % est donc :

$$\left[0,22 - \frac{1}{\sqrt{732}}; 0,22 + \frac{1}{\sqrt{732}} \right] = [0,183; 0,257]$$

.
Malheureusement, cet intervalle n'étant pas entièrement situé au-dessus de 20%, la banque ne peut conclure sur la pertinence de son produit financier, il est nécessaire pour elle de refaire un sondage avec un effectif plus important.